Planificação Geral 2026/2027	Disciplina: MACS Ano: 11º

1.º Semestre		2.º Semestre	
N.º de aulas previstas	98	N.º de aulas previstas	88

Aprendizagens Essenciais

1. MODELOS DE GRAFOS E POPULACIONAIS

Modelos de Grafos _Introdução

- Desenvolver competências para identificar o essencial de uma determinada situação de modo a desenhar esquemas apropriados para modelar problemas de logística.
- Familiarizar os estudantes com as noções de vértice, de aresta, laço, vértice isolado e vértices adjacentes de um grafo.
- Indicar a ordem de um grafo e o grau de um vértice.
- Identificar caminho e circuito.

Grafos de Euler

- Conhecer as condições para um grafo admitir um circuito de Euler.
- Conhecer e aplicar o Teorema de Euler.
- Identificar as condições para um grafo admitir um caminho euleriano.
- Reconhecer as condições para eulerizar um grafo.

Grafos de Hamilton

- Definir e caracterizar um circuito de Hamilton.
- Identificar as condições para um grafo admitir um circuito hamiltoniano.
- Para cada modelo, procurar esquemas combinatórios (árvores) que permitam calcular pesos totais de caminhos possíveis.
- Encontrar algoritmos - decisões passo a passo para encontrar soluções.
- Discutir sobre a utilidade e viabilidade económica (e não só) da procura de soluções ótimas.

Modelos populacionais

- Familiarizar os estudantes com a diversidade de modelos de crescimento populacional, entre os quais o linear, exponencial, logarítmico e logístico.

Crescimentos linear, exponencial, logarítmico e logístico

- Comparar os crescimentos linear, exponencial, logarítmico e logístico.
- Selecionar o modelo adequado a um fenómeno considerando os dados disponíveis e a previsível variação em função do tempo.
- Compreender as limitações da adequação de modelos teóricos a situações reais.

2. PROBABILIDADE

Fenómeno aleatório

- Distinguir entre fenómeno aleatório e não aleatório (determinístico).

Experiência aleatória

- Compreender que as realizações individuais de um fenómeno aleatório são incertas, mas existe um padrão genérico de comportamento, recorrendo-se à Teoria da Probabilidade para construir modelos matemáticos que descrevam a regularidade estatística observada numa longa série de repetições do fenómeno.

Espaço de resultados ou espaço amostral
Modelo de probabilidade

Acontecimento

- Compreender que:
  - à realização de um fenómeno aleatório se dá o nome de experiência aleatória;
  - ao conjunto S de resultados possíveis se dá o nome de espaço de resultados ou espaço amostral;
  - um acontecimento é um subconjunto do espaço de resultados e que a estes resultados se dá o nome de "resultados favoráveis" à realização do acontecimento;
  - a descrição do fenómeno aleatório é feita através de um modelo de probabilidade, constituído pelos resultados possíveis e a probabilidade atribuída a cada resultado.

União e interseção de acontecimentos

- Relembrar os conceitos: acontecimento certo, impossível, elementar e composto; acontecimentos disjuntos ou mutuamente exclusivos; acontecimentos contrários ou complementares; união e interseção de acontecimentos.

Probabilidade frequencista

- Compreender que a caraterística do fenómeno aleatório permite definir, intuitivamente, a probabilidade de um acontecimento A, representada por P(A), como sendo o valor para o qual estabiliza a frequência relativa da realização de A, num grande número de repetições da experiência aleatória, nas mesmas condições, ou seja, P(A) é o valor em que estabiliza n_A/n , onde n_A representa o número de vezes que se realizou A em *n* repetições da experiência aleatória.

Regras da probabilidade

- Reconhecer que as probabilidades associadas aos acontecimentos elementares têm de ser números entre 0 e 1 e que a soma total deve ser 1.
- Reconhecer que a probabilidade de um acontecimento é igual à soma das probabilidades dos acontecimentos elementares constituídos pelos resultados que o compõem.

Probabilidade da união de acontecimentos

- Utilizar a representação dos acontecimentos em diagramas de Venn, para mostrar que, dados dois acontecimentos A e B quaisquer, P(A∪B)=P(A)+P(B)-P(A∩B).

Regra de Laplace

- Reconhecer que se admite que os acontecimentos elementares são equiprováveis quando não haja à partida razão para admitir que os resultados do espaço de resultados não tenham igual possibilidade de se verificarem.

- Compreender que quando se puder admitir que os acontecimentos elementares são equiparáveis, se pode utilizar a regra de Laplace para determinar a probabilidade de um acontecimento A, com o seguinte enunciado:

$$Probabilidade\ de\ A = \frac{Número\ de\ resultados\ favoráveis\ a\ A}{Número\ de\ resultados\ possíveis}$$

Probabilidade condicionada

Definição

- Saber que a probabilidade de um acontecimento A se realizar, condicionada ou sabendo que o acontecimento

B se realizou, com $P(B) > 0$, se representa por $P(A|B)$ e se calcula de acordo com a seguinte fórmula: $P(A|B) = P(A \cap B) / P(B)$.

Regra do produto

- Reconhecer que a partir da definição de probabilidade condicionada se pode definir a probabilidade simultânea de dois acontecimentos, chamada regra do produto, $P(A \cap B) = P(A) \times P(B|A)$ ou $P(A \cap B) = P(B) \times P(A|B)$ conforme seja A ou B o acontecimento que está a condicionar.

Árvore de probabilidade

- Reconhecer a utilidade de árvores de probabilidade para organizar a informação disponível sobre os acontecimentos em cadeia.

Tabelas de contingência

- Reconhecer a utilidade das tabelas de contingência para calcular a probabilidade condicionada.

Acontecimentos independentes

- Identificar que os acontecimentos A e B, com P(A)>0 e P(B)>0, são independentes quando a ocorrência de um deles não altera a probabilidade da ocorrência do outro, ou seja, P(A|B)=P(A) (A independente de B) ou P(B|A)=P(B) (B independente de A).
- Reconhecer que outra definição de independência consiste em dizer que os acontecimentos A e B são independentes se e só se P(A∩B)=P(A)xP(B). As duas definições de independência são equivalentes desde que se exija que P(A)>0 e P(B)>0.

Modelos de probabilidade em espaços finitos

Variáveis aleatórias (discretas)

Função massa de probabilidade

- Reconhecer que se podem associar números aos resultados de um fenómeno aleatório, através de uma função denominada variável aleatória (v.a.) e que construir um modelo de probabilidade para modelar um fenómeno aleatório, com espaço de resultados finito, é equivalente a construir a função massa de probabilidade (f.m.p.) da variável aleatória associada.
- Identificar a população com a variável aleatória associada e reconhecer que construir a f.m.p. é obter um modelo para a população.
- Reconhecer que a f.m.p. permite calcular a probabilidade de acontecimentos, relacionados com a realização do fenómeno modelado.

Valor médio e desvio padrão populacional

- Reconhecer que dois dos parâmetros, características numéricas da população, mais importantes são o valor médio (média populacional) e o desvio padrão populacional, e saber que estes parâmetros se representam pelas letras gregas μ (miu) e σ (sigma), respetivamente.
- Compreender o paralelismo entre valor médio μ e a média $\bar{x}$ e também, de modo idêntico, para o desvio padrão populacional σ e desvio padrão (amostral) s, e outras medidas calculadas para a população e para a amostra.
- Calcular o valor médio e o desvio-padrão populacional de uma variável aleatória de suporte finito, a partir da f.m.p.

Modelo Normal

- Reconhecer o modelo ou distribuição Normal, de suporte contínuo, como um dos modelos de probabilidade mais importantes para a modelação de fenómenos aleatórios.

Propriedades

- Identificar que as curvas que representam esta família de modelos são simétricas, com o aspeto de um sino, e que cada distribuição Normal fica definida através dos parâmetros valor médio μ e desvio padrão σ.

- Saber que o valor médio determina o eixo de simetria da distribuição e que a distância entre o valor médio e as abcissas dos pontos de mudança de curvatura é igual ao desvio padrão.
- Calcular probabilidades com base nesta família de modelos.

3. INTRODUÇÃO À INFERÊNCIA ESTATÍSTICA

Introdução à inferência estatística
Raciocínio indutivo ou inferencial

- Compreender que o raciocínio indutivo ou inferencial se utiliza quando se pretende estudar uma população, analisando só alguns elementos dessa população, ou seja uma amostra, e que a partir das propriedades verificadas na amostra, se inferem propriedades para a população.

Parâmetro e estatística

- Conhecer que parâmetro é uma caraterística numérica da população e que estatística é uma caraterística numérica da amostra.
- Compreender que um dos objetivos pretendidos ao recolher uma amostra da população, que se pretende estudar, é tirar conclusões sobre os parâmetros dessa população, considerando-se funções adequadas, estatísticas, que só dependem dos elementos da amostra.

Estimador e estimativa

- Saber que à estatística utilizada para estimar um parâmetro também se dá o nome de estimador e que ao valor do estimador para uma determinada amostra também se chama estimativa.

Amostras aleatórias

- Compreender que é necessário recolher uma amostra aleatória, quando se pretende utilizá-la para retirar conclusões para a população subjacente, pois só assim será possível utilizar a probabilidade para quantificar o erro cometido ao inferir para a população, os resultados aí verificados.
- Compreender que os processos de seleção da amostra podem ser sem reposição ou com reposição.
- Compreender que o processo da seleção da amostra é o primeiro passo importante para uma inferência estatística eficiente.

Distribuição de amostragem de uma estatística

- Compreender que para averiguar da eficácia de um estimador para estimar um parâmetro, é necessário conhecer a sua distribuição de amostragem, ou seja, a distribuição dos valores obtidos pelo estimador, quando se consideram todas as amostras possíveis (da mesma dimensão), utilizando um determinado esquema de amostragem.
- Compreender que a distribuição de amostragem de um estimador depende da dimensão das amostras consideradas e apresentará tanto menor variabilidade, quanto maior for a dimensão das amostras.

Distribuição de amostragem da média Teorema Limite Central (TLC)

- Compreender a utilização do Teorema Limite Central (TLC) na obtenção da distribuição de amostragem da média, quando se consideram amostras aleatórias de dimensão suficientemente grande, legitimando a utilização do modelo Normal e a utilização da média como estimador do valor médio μ.

Estimativas pontuais e estimativas intervalares

- Reconhecer as limitações das estimativas pontuais, na medida em que, devido à variabilidade amostral, podem apresentar tantos valores diferentes quantas as amostras utilizadas para as obter.

Intervalos de confiança

Intervalo de confiança, para o valor médio, com uma confiança de 95%

- Utilizar o modelo Normal como aproximação da distribuição de amostragem do estimador média,

para estimar o valor médio μ, desconhecido, de uma população com desvio padrão σ, para obter a seguinte probabilidade

$$P\left(\bar{X} - 1{,}96 \times \frac{\sigma}{\sqrt{n}} \leq \mu \leq \bar{X} + 1{,}96 \times \frac{\sigma}{\sqrt{n}}\right) = 0{,}95$$

e chamar ao intervalo

$$\left[\bar{x} - 1{,}96 \times \frac{\sigma}{\sqrt{n}}, \bar{x} + 1{,}96 \times \frac{\sigma}{\sqrt{n}}\right]$$

um intervalo de 95% de confiança para μ, em que se substitui o parâmetro σ, quando desconhecido, pelo desvio-padrão amostral s.

Intervalo de confiança, para o valor médio, com outros níveis de confiança: 90% e 99%

- Adaptar o intervalo de confiança anterior para os níveis de confiança de 90% e 99%, substituindo 1,96 respetivamente pelos valores 1,645 e 2,576.

Margem de erro

- Saber que a margem de erro é igual a metade da amplitude do intervalo de confiança.

Intervalo de confiança para a proporção (populacional) p

- Reconhecer que a proporção (populacional) p, é um caso particular do valor médio de uma população constituída por uns e zeros, conforme a caraterística que se está a estudar está ou não presente na população e que o estimador que se utiliza é a proporção amostral, que se representa por $\hat{p}$.
- Saber fazer uma leitura adequada da informação veiculada pela comunicação social quando apresentam resultados de sondagens, na forma de intervalos de confiança.

PONDERAÇÃO POR DOMÍNIOS E CRITÉRIOS DE AVALIAÇÃO		
Domínios de aprendizagem	**Ponderação**	**Critérios de avaliação**
Conceito e Procedimentos	60%	**Compreensão** **Apropriação** **Rigor** **Clareza** **Raciocínio** **Reflexão** **Criatividade** **Responsabilidade** **Participação** **Cooperação**
Resolução de problemas, raciocínio e Comunicação matemáticos	40%	